

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

จากการศึกษาเปรียบเทียบ วิธีการประมาณค่าแบบช่วงสำหรับค่าสัดส่วนประชากรทั้ง 5 วิธี ประกอบด้วย

1. วิธีปกติ

รูปแบบของค่าประมาณแบบช่วง (p_L, p_U) คือ

$$\text{ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง } (p_L) : \hat{p} - Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$\text{ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน } (p_U) : \hat{p} + Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

2. วิธีแปลงแบบอาร์คไซน์

รูปแบบของค่าประมาณแบบช่วง (p_L, p_U) คือ

$$\text{ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง } (p_L) : \sin^2 \left[\arcsin \sqrt{\hat{p}} - \frac{Z_{1-\alpha/2}}{2\sqrt{n}} \right]$$

$$\text{ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน } (p_U) : \sin^2 \left[\arcsin \sqrt{\hat{p}} + \frac{Z_{1-\alpha/2}}{2\sqrt{n}} \right]$$

3. วิธีสเตอร์

รูปแบบของค่าประมาณแบบช่วง (p_L, p_U) คือ

$$\text{ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง } (p_L) : \frac{\hat{p} + \frac{Z_{1-\alpha/2}^2}{2n} - Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\left[\hat{p}(1-\hat{p}) + \frac{Z_{1-\alpha/2}^2}{4n} \right] / n}}{1 + \frac{Z_{1-\alpha/2}^2}{n}}$$

$$\text{ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน } (p_U) : \frac{\hat{p} + \frac{Z_{1-\alpha/2}^2}{2n} + Z_{1-\alpha/2} \sqrt{\left[\hat{p}(1-\hat{p}) + \frac{Z_{1-\alpha/2}^2}{4n} \right] / n}}{1 + \frac{Z_{1-\alpha/2}^2}{n}}$$

4. วิธีปัวส์ซอง

รูปแบบของค่าประมาณแบบช่วง (p_L, p_U) คือ

$$\text{ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง } (p_L) : \frac{1}{2n} \chi_{2y, \alpha/2}^2$$

$$\text{ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน } (p_U) : \frac{1}{2n} \chi_{2(y+1), 1-\alpha/2}^2$$

5. วิธีเอฟ

รูปแบบของค่าประมาณแบบช่วง (p_L, p_U) คือ

$$\text{ขีดจำกัดความเชื่อมั่นล่าง } (p_L) : \frac{y}{y + (n-y+1)F_{2(n-y+1), 2y, 1-\alpha/2}}$$

$$\text{ขีดจำกัดความเชื่อมั่นบน } (p_U) : \frac{(y+1)F_{2(y+1), 2(n-y), 1-\alpha/2}}{n-y+(y+1)F_{2(y+1), 2(n-y), 1-\alpha/2}}$$

โดยทำการศึกษเปรียบเทียบในแต่ละสถานการณ์ทดลอง ประกอบด้วย

1. ขนาดตัวอย่าง มีค่าตั้งแต่ 2 ถึง 50
2. ค่าสัดส่วนประชากร มีค่า 0.01(0.01)0.09 และ 0.10(0.05)0.50
3. ระดับความเชื่อมั่น 90 %, 95 % และ 99 %

ในการเปรียบเทียบวิธีประมาณค่าสัดส่วนประชากรในแต่ละสถานการณ์ทดลอง จะทำการเปรียบเทียบค่าระดับความเชื่อมั่นและค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงที่ได้ ถ้าวิธีประมาณใดให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด และมีค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำที่สุด จะถือว่าวิธีการประมาณดังกล่าวเป็นวิธีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับการประมาณค่าสัดส่วนในสถานการณ์นั้น ๆ

จากการศึกษาวิจัยด้วยข้อมูลที่ได้มาจากการจำลองด้วยเทคนิคมอนติคาร์โล สำหรับสถานการณ์ทดลองต่าง ๆ ที่กำหนดขึ้น โดยทำการทดลองซ้ำ 2,000 ครั้งในแต่ละสถานการณ์ผลการวิจัยสามารถสรุปได้ดังนี้

5.1 สรุปผลการทดลอง

ในการเปรียบเทียบค่าระดับความเชื่อมั่น และค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงของวิธีประมาณทั้ง 5 วิธี จากสถานการณ์ทดลองซึ่งประกอบด้วยขนาดตัวอย่าง 2 ถึง 50 ค่าสัดส่วนประชากรมีค่า 0.01(0.01)0.09 และ 0.10(0.05)0.50 ที่ระดับความเชื่อมั่น 90 %, 95 % และ 99 % ได้ผลสรุปดังนี้

จากการเปรียบเทียบค่าระดับความเชื่อมั่นที่ได้จากวิธีประมาณทั้ง 5 วิธี กับระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดพบว่า วิธีปัวส์ซองและวิธีเอฟ สามารถให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนดในทุกระดับค่าของขนาดตัวอย่างและค่าสัดส่วนประชากรที่ทำการศึกษเปรียบเทียบ สำหรับวิธีปกติ วิธีแปลงแบบอาร์คไซน์ และวิธีสคออร์ ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด เฉพาะบางสถานการณ์ที่ทำการศึกษเปรียบเทียบเท่านั้น ซึ่งสถานการณ์ที่วิธีประมาณทั้ง 5 ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด สามารถสรุปได้ดังตารางที่ 5.1

ตารางที่ 5.1 แสดงระดับขนาดตัวอย่างและระดับค่าสัดส่วนประชากร ที่วิธีประมาณทั้ง 5 วิธี ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด ที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

วิธีประมาณ	ขนาดตัวอย่าง	ค่าสัดส่วนประชากร		
		ระดับความเชื่อมั่น 90%	ระดับความเชื่อมั่น 95%	ระดับความเชื่อมั่น 99%
ปกติ	13 - 20	.50	-	-
	21 - 30	.40 - .50	.45 - .50	-
	31 - 40	.30 - .50	.40 - .50	.50
	41 - 50	.20 - .50	.35 - .50	.40 - .50
แปลงแบบอาร์คไซน์	11 - 20	.30 - .50	.35 - .50	.45 - .50
	21 - 30	.20 - .50	.25 - .50	.35 - .50
	31 - 40	.15 - .50	.20 - .50	.25 - .50
	41 - 50	.09 - .50	.10 - .50	.15 - .50
สคอร์	2 - 10	.04 - .50	.10 - .50	.20 - .50
	11 - 20	.02 - .50	.07 - .50	.15 - .50
	21 - 30	.01 - .50	.05 - .50	.10 - .50
	31 - 40	.01 - .50	.04 - .50	.07 - .50
	41 - 50	.01 - .50	.03 - .50	.05 - .50
บิวส์ซง	2 - 50	.01 - .50	2 - 50	.01 - .50
เอฟ	2 - 50	.01 - .50	2 - 50	.01 - .50

หมายเหตุ ค่าสัดส่วนประชากรมีการเพิ่มค่าดังนี้ 0.01(0.01)0.09 และ 0.10(0.05)0.50

- ให้ค่าระดับความเชื่อมั่นต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

จากตารางที่ 5.1 แสดงการเปรียบเทียบค่าระดับความเชื่อมั่นในแต่ละระดับขนาดตัวอย่างและระดับค่าสัดส่วนประชากร จะเห็นได้ว่า

จากผลการเปรียบเทียบวิธีปกติ วิธีแปลงแบบอาร์คไซน์ และวิธีสคอว์ พบว่า วิธีสคอว์สามารถให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่สามารถคลุมค่าสัดส่วนประชากรได้มากกว่าวิธีปกติและวิธีแปลงแบบอาร์คไซน์ ในทุกระดับค่าของขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษเปรียบเทียบ และ

จากผลการเปรียบเทียบวิธีปกติและวิธีแปลงแบบอาร์คไซน์ พบว่าวิธีแปลงแบบอาร์คไซน์สามารถให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด โดยที่สามารถคลุมค่าสัดส่วนประชากรได้มากกว่าวิธีปกติ ในทุกระดับค่าของขนาดตัวอย่างที่ทำการศึกษเปรียบเทียบ

เมื่อนำสถานการณ์ที่วิธีประมาณให้ค่าระดับความเชื่อมั่นไม่ต่ำกว่าระดับความเชื่อมั่นที่กำหนด มาทำการเปรียบเทียบค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วง นอกจากจะได้วิธีประมาณที่ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำที่สุดแล้ว พบว่ายังมีวิธีประมาณอื่นที่ถึงแม้จะไม่สามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำที่สุดได้ แต่ก็สามารถให้ค่าที่ใกล้เคียงกับวิธีที่ต่ำที่สุด ดังนั้นจึงขอเสนอวิธีการเหล่านี้ด้วยซึ่งวิธีที่กล่าวถึงคือ วิธีปกติ วิธีแปลงแบบอาร์คไซน์ สำหรับวิธีบัสของพบว่าไม่สามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำได้ รายละเอียดสามารถสรุปได้ดังตารางที่ 5.2

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ 5.2 แสดงระดับค่าขนาดตัวอย่างและระดับค่าสัดส่วนประชากรที่วิธปกติ วิธแปลงแบบอาร์คไซน์ วิธสคอ์ และวิธเอฟ ให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำที่สุดที่ระดับความเชื่อมั่น 90%, 95% และ 99%

วิธีประมาณ	ระดับความเชื่อมั่น 90%		ระดับความเชื่อมั่น 95%		ระดับความเชื่อมั่น 99%	
	ขนาดตัวอย่าง	สัดส่วนประชากร	ขนาดตัวอย่าง	สัดส่วนประชากร	ขนาดตัวอย่าง	สัดส่วนประชากร
ปกติ	25 - 30	.40 - .50	-	-	-	-
	31 - 40	.30 - .50	36 - 40	.40 - .50	-	-
	41 - 50	.20 - .50	41 - 50	.35 - .50	49 - 50	.40 - .50
แปลงแบบอาร์คไซน์	14 - 20	.30 - .50	-	-	-	-
	21 - 30	.20 - .50	21 - 30	.25 - .50	-	-
	31 - 40	.15 - .50	31 - 40	.20 - .50	31 - 40	.25 - .50
	41 - 50	.09 - .50	41 - 50	.15 - .50	41 - 50	.15 - .50
สคอ์	2 - 10	.04 - .50	2 - 10	.10 - .50	2 - 10	.20 - .50
	11 - 20	.02 - .50	11 - 20	.07 - .50	11 - 20	.15 - .50
	21 - 30	.01 - .50	21 - 30	.05 - .50	21 - 30	.10 - .50
	31 - 40	.01 - .50	31 - 40	.04 - .50	31 - 40	.07 - .50
	41 - 50	.01 - .50	41 - 50	.03 - .50	41 - 50	.07 - .50
เอฟ	2 - 10	.01 - .03	2 - 10	.01 - .09	2 - 10	.01 - .15
	11 - 20	.01	11 - 20	.01 - .06	11 - 20	.01 - .10
	21 - 30	-	21 - 30	.01 - .03	21 - 30	.01 - .10
	31 - 40	-	31 - 40	.01 - .02	31 - 40	.01 - .10
	41 - 50	-	41 - 50	.01 - .02	41 - 50	.01 - .10

หมายเหตุ ค่าสัดส่วนประชากรมีการเพิ่มค่าดังนี้ 0.01(0.01)0.09 และ 0.10(0.05)0.50

- หมายถึงไม่ได้แสดงค่าสัดส่วนประชากร เนื่องจากวิธีการประมาณนั้นไม่สามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงต่ำที่สุดได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ข้อสังเกต

ถึงแม้ว่าในสถานการณ์ทดลอง จะทำการเปรียบเทียบเฉพาะค่าสัดส่วนประชากรที่มีค่าอยู่ในช่วง $0.01 \leq p \leq 0.50$ โดยมีอัตราการเพิ่มค่าคือ $0.01(0.01)0.09$ และ $0.10(0.05)0.50$ แต่ผลจากการทดลองนี้สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในกรณีที่ค่าสัดส่วนประชากรมีค่าอยู่ในช่วง $p > 0.50$ ได้เช่นเดียวกัน เนื่องจากความสัมพันธ์ ดังนี้

$$b(y; n, p) = b(n - y; n, p^*) \quad \text{เมื่อ } p^* = 1 - p$$

ดังนั้นเมื่อหาค่าความน่าจะเป็น จะได้ว่า

$$b(y; n, p) = \binom{n}{y} p^y (1 - p)^{n-y}$$

และ

$$b(n - y; n, p^*) = \binom{n}{n - y} p^{*n-y} (1 - p^*)^y$$

ทั้งสองสมการมีค่าเท่ากัน เนื่องจาก $\binom{n}{y} = \binom{n}{n - y}$ และ $p^* = (1 - p)$

5.2 ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าวมีข้อเสนอแนะแบ่งเป็น 2 ด้าน ดังนี้

5.2.1 การนำไปใช้ประโยชน์

เพื่อเป็นแนวทางในการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการประมาณค่าสัดส่วนประชากรแบบช่วง เนื่องจากในทางปฏิบัติเราทราบขนาดตัวอย่างที่จะใช้และค่าสัดส่วนตัวอย่าง ดังนั้นจึงอาจจะนำค่าเหล่านี้ไปประกอบในการตัดสินใจเลือกใช้วิธีการประมาณค่า ดังนี้

5.2.1.1 ขนาดตัวอย่างมีค่า $n < 30$

5.2.1.1.1 ถ้าค่าสัดส่วนตัวอย่างมีค่าอยู่ในช่วง $0.01 \leq \hat{p} \leq 0.10$ หรือ $0.90 \leq \hat{p} \leq 0.99$ ควรประมาณโดยใช้วิธีเอฟ

5.2.1.1.2 ถ้าค่าสัดส่วนตัวอย่างมีค่าอยู่ในช่วง $0.01 < \hat{p} < 0.90$ ควรประมาณโดยใช้วิธีสคอร์

5.2.1.2 ขนาดตัวอย่างมีค่า $30 \leq n \leq 50$

5.2.1.2.1 ถ้าค่าสัดส่วนตัวอย่างมีค่าอยู่ในช่วง $0.01 \leq \hat{p} \leq 0.05$ หรือ $0.95 \leq \hat{p} \leq 0.99$ ควรประมาณโดยใช้วิธีเอฟ

5.2.1.2.2 ถ้าค่าสัดส่วนตัวอย่างมีค่าอยู่ในช่วง $0.05 < \hat{p} < 0.95$ ควรประมาณโดยใช้วิธีสคอร์ อย่างไรก็ตามสามารถใช้วิธีที่คำนวณได้ง่ายกว่าแทนได้ในกรณีต่อไปนี้

ถ้าค่าสัดส่วนตัวอย่างมีค่าอยู่ในช่วง $0.30 < \hat{p} < 0.80$ สามารถประมาณโดยใช้วิธีแปลงแบบบอร์คไชน์แทนวิธีสคอร์ได้ เนื่องจากวิธีนี้สามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงใกล้เคียงกับการประมาณโดยใช้วิธีสคอร์

ถ้าขนาดตัวอย่างมีค่า $n \geq 45$ และค่าสัดส่วนตัวอย่างมีค่าอยู่ในช่วง $0.35 < \hat{p} < 0.75$ สามารถประมาณโดยใช้วิธีปกติแทนวิธีสคอร์ได้ เนื่องจากวิธีนี้สามารถให้ค่าความยาวเฉลี่ยของค่าประมาณแบบช่วงใกล้เคียงกับการประมาณโดยใช้วิธีสคอร์

5.2.2. ด้านการศึกษาวิจัย

5.2.2.1 ขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้กำหนดให้มีค่าตั้งแต่ 2 ถึง 50 อาจไม่เอื้อประโยชน์กับวิธีปกติและวิธีแปลงแบบอาร์คไซน์ ยังผลให้ไม่สามารถสรุปได้ว่าทั้ง 2 วิธีการประมาณดังกล่าวจะต้องใช้ตัวอย่างขนาดเท่าใด จึงจะสามารถครอบคลุมค่าพารามิเตอร์ p ได้ทุกค่าที่ทำการทดลอง ดังนั้นจึงควรศึกษาเปรียบเทียบเพิ่มเติม ในกรณีที่ขนาดตัวอย่างมีค่ามากกว่านี้

5.2.2.2 การกำหนดค่าสัดส่วนประชากรและขนาดตัวอย่างในการวิจัยครั้งนี้ อาจไม่เอื้อประโยชน์กับวิธีปัวส์ของมากนักร เนื่องจากเป็นที่ทราบกันดีว่าถ้าจะประมาณการแจกแจงทวินามโดยใช้การแจกแจงปัวส์ของ จะทำได้เมื่อค่าสัดส่วนประชากรมีค่าน้อย ๆ และขนาดตัวอย่างมีค่ามาก ซึ่งจากการวิจัยนี้ได้กำหนดค่าขนาดตัวอย่าง 2-50 และค่าสัดส่วนประชากรมีค่า 0.01 - 0.50 โดยมีอัตราการเพิ่มค่าคือ 0.01(0.01)0.09 และ 0.10(0.05)0.50 ซึ่งอาจไม่เพียงพอ ดังนั้นเพื่อความถูกต้องและครบถ้วนจึงควรทำการศึกษาเปรียบเทียบเพิ่มเติม ในกรณีที่ค่าสัดส่วนประชากรมีค่าน้อยกว่าและขนาดตัวอย่างมีค่ามากกว่านี้

5.2.2.3 นอกเหนือจากวิธีการประมาณค่าสัดส่วนประชากรทั้ง 5 วิธีดังกล่าว พบว่ายังมีวิธีการประมาณค่าแบบอื่นๆ อีกที่น่าสนใจดังเช่น วิธีประมาณค่าโดยใช้เทคนิคการปรับค่าต่อเนื่องสำหรับการประมาณด้วยวิธีปกติ วิธีแปลงแบบอาร์คไซน์ และวิธีสคอว์ หรือการประมาณโดยวิธีหาค่าต่ำสุด (minimization) ความยาวช่วง ซึ่งยังไม่ได้ศึกษาเปรียบเทียบซึ่งเป็นวิธีประมาณที่น่าสนใจและควรได้ทำการศึกษาวิจัยเปรียบเทียบต่อไป