



บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

กลุ่มตัวอย่างประชากร

ตัวอย่างประชากรในการวิจัยครั้งนี้ เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2533 ในโรงเรียนมัธยมศึกษา สังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานคร โดยใช้วิธีสุ่มแบบแบ่งชั้นหลายขั้นตอน (Multi-Stage Stratified Random Sampling) จากกลุ่มโรงเรียน 8 กลุ่ม ๆ ละ 1 โรงเรียน แล้วสุ่มตัวอย่างประชากรมาโรงเรียนละ 1 ห้องเรียน โดยใช้วิธีสุ่มอย่างง่าย (Simple Random Sampling) ได้นักเรียนเป็นกลุ่มตัวอย่างทั้งหมด 374 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้คือ แบบทดสอบอัตนัยเรื่องโจทย์สมการกำลังสอง ซึ่งผู้วิจัยสร้างขึ้นจำนวน 8 ข้อ แต่ละข้อมีขั้นตอน 5 ชั้น ชั้นที่ 1-3 เป็นแบบเติมคำ ชั้นที่ 4-5 ให้แสดงวิธีทำ ดังนี้คือ

- ชั้นที่ 1 ติความและทำความเข้าใจโจทย์
- ชั้นที่ 2 การใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า
- ชั้นที่ 3 การเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ความถี่โจทย์กำหนดให้
- ชั้นที่ 4 การแก้สมการหาคำตอบ
- ชั้นที่ 5 การสรุปคำตอบ

วิธีดำเนินการวิจัย

ผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่สร้างขึ้นไปทดลองใช้ 2 ครั้ง กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ที่ไม่ใช่ตัวอย่างประชากร เพื่อปรับปรุงและหาคุณภาพของแบบทดสอบ หาความเที่ยงของแบบทดสอบโดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach) ได้ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบเท่ากับ 0.88 หลังจากนั้นทำแบบทดสอบที่ได้ไปทดสอบกับนักเรียนที่เป็นตัวอย่างประชากร แล้วนำข้อมูลที่ได้มาคำนวณค่าร้อยละของความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จำแนกตามขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการ

สรุปผลการวิจัย

1. ลักษณะความคลาดเคลื่อนในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำแนกตามขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการเรียงตามลำดับค่าร้อยละของความถี่จากมากไปน้อยคือ คลาดเคลื่อนในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดร้อยละ 25.17 คลาดเคลื่อนในการตอบคำตอบตามที่โจทย์ต้องการร้อยละ 24.55 คลาดเคลื่อนในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่าร้อยละ 21.93 คลาดเคลื่อนในการแก้สมการหาคำตอบร้อยละ 20.90 และคลาดเคลื่อนในการตีความและทำความเข้าใจโจทย์ร้อยละ 7.45
2. การตอบแบบทดสอบการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียน จำแนกเป็น 4 ประเภท เรียงตามลำดับค่าร้อยละ จากมากไปน้อยคือ ถูกต้องร้อยละ 40.48 ไม่ทำร้อยละ 34.12 คลาดเคลื่อนร้อยละ 20.18 และถูกเพียงบางส่วนร้อยละ 5.22

อภิปรายผล

1. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีความคลาดเคลื่อนในการเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดโดยมีค่าร้อยละสูงสุด 25.17 ที่เป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะการสร้างสมการนั้นนักเรียนจะต้องอาศัยความรู้ ความเข้าใจ และทักษะหลายประการในการแปลงประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ โดยอาศัยการตีความ แปลความ วิเคราะห์และแจกแจงปัญหาออกเป็นข้อย่อย ๆ ตามที่โจทย์ให้มาเสียก่อนจึงจะสร้างสมการได้ ซึ่งเป็นขั้นตอนที่สำคัญและยาก ดังคำกล่าวของ มุลเลอร์ (Mueller, 1972: 32-33) ที่ว่า "การแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ประกอบด้วยขบวนการสำคัญ 2 ประการคือ การแปลงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ให้อยู่ในรูปประโยคพีชคณิตหรือสมการ และการแก้สมการโดยใช้วิธีการทางพีชคณิต และได้สรุปว่า กระบวนการแปลงโจทย์

ปัญหาคณิตศาสตร์ให้เป็นสมการ เป็นกระบวนการที่ยากกว่ากระบวนการแก้สมการ" นอกจากนี้ อาจเป็นเพราะครูผู้สอนไม่ได้เน้นให้นักเรียนสร้างสมการจากโจทย์ปัญหา ครูจะรวบรัดเข้า สมการเสียเองแล้วไปเน้นให้นักเรียนแก้สมการหาคำตอบแทน ซึ่งขั้นตอนนี้ นักเรียนได้ฝึกทักษะ มาแล้ว ก่อนที่เรียนเรื่องโจทย์สมการ จึงทำให้นักเรียนขาดทักษะในการสร้างสมการตามที่โจทย์ กำหนด ซึ่งจะเห็นได้จากผลการวิจัยของ ครีเมนต์ (Clements, 1980 Quoted in Dickson, Brown and Gibson, 1984: 339-340) ที่พบว่า นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในเรื่องการ แปลงโจทย์ภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์มากที่สุดร้อยละ 28 ผู้วิจัยมีความเห็นว่า ก่อนที่ นักเรียนจะสร้างสมการได้นั้น นักเรียนควรจะตอบได้ว่า โจทย์ให้อะไรมา โจทย์ต้องการให้ หาอะไรและจะทำอย่างไรจึงจะได้คำตอบนั้น โดยที่นักเรียนจะต้องหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูล ที่โจทย์ให้มา นอกจากนั้นนักเรียนจะต้องมีทักษะในการแปลงโจทย์ภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ ด้วย

การตอบคำถามตามที่โจทย์ต้องการเป็นขั้นตอนที่นักเรียนละเลยเป็นอย่างมาก เพราะเมื่อนักเรียนแก้สมการหาคำตอบได้แล้วก็คิดว่านั่นคือคำตอบ อย่างเช่นโจทย์ข้อที่ 2 โจทย์ต้องการทราบว่า ผลต่างกำลังสองของจำนวนทั้งสองที่เป็นบวกมีค่าเท่าใด ซึ่งนักเรียน แก้สมการหาคำตอบได้จำนวนคี่บวก 2 จำนวนเรียงกันแล้วไม่ได้นำไปหาผลต่างกำลังสองของ จำนวนทั้งสองที่เป็นบวก โดยตอบคำตอบ คือ จำนวน 2 จำนวนที่หาได้เลย ทั้งนี้อาจเป็น เพราะ นักเรียนยังไม่เข้าใจโจทย์ว่าต้องการอะไร นักเรียนบางคนอาจจะทราบว่าโจทย์ต้อง ทราบอะไร แต่พอแก้สมการหาคำตอบเสร็จไม่ได้กลับไปอ่านโจทย์อีกครั้ง ทำให้ลืมสิ่งที่โจทย์ ต้องการทราบ

การใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า พบว่านักเรียนยังมีมีโนทัศน์ที่ผิดเกี่ยวกับจำนวน เต็มบวกเรียงกัน ตัวอย่างเช่น จำนวนคี่บวก 2 จำนวนเรียงกัน ถ้าให้ตัวที่น้อยกว่า คือ X ตัวที่มากกว่าคืออะไร นักเรียนส่วนมากจะตอบตัวที่มากกว่าคือ $X+1$ ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียน เข้าใจว่าตัวเลขเรียงกัน ถ้าตัวที่น้อยที่สุดคือ X แล้วตัวต่อไปต้องเพิ่มขึ้นอีก 1 เสมอ โดยไม่ได้ คิดว่าเป็นเลขคี่บวกที่เรียงกันต้องเพิ่มขึ้นทีละ 2 นอกจากนี้ โจทย์ที่เกี่ยวกับพื้นที่ นักเรียนมี ความคลาดเคลื่อนในการใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่ามากที่สุด เนื่องจากความยาวของเส้นรอบรูป ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า คือ ผลรวมของความยาวด้านกว้าง 2 ด้าน และความยาวของด้านยาว 2 ด้าน เมื่อพิจารณาการตอบของนักเรียนจากข้อ 7 ถ้าให้ความกว้างของที่นี่ยาว X วา

ด้านยาวของที่นายาวด้านละกึ่งวา นักเรียนส่วนมากจะตอบว่าด้านยาวของที่นายาวด้านละ 116- X วา ย่อมแสดงว่านักเรียนยังไม่เข้าใจความหมายของความยาวของเส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนคิดแต่เพียงว่าเมื่อให้ความยาวด้านกว้างยาว X วา แล้วด้านยาวก็ต้องเป็นความยาวของเส้นรอบรูปลบด้วยความยาวของด้านกว้าง โดยไม่ได้คิดว่า ด้านกว้างที่กำหนดให้และด้านยาวที่ต้องการทราบ เป็นเพียงด้านเดียวเท่านั้น

การแก้สมการหาคำตอบ พบว่า นักเรียนล้มกระบวนการในการคูณพหุนามและผิดพลาดในการใช้คุณสมบัติในการแก้สมการ เช่น โจทย์ข้อที่ 3 ซึ่งเป็นโจทย์ที่เกี่ยวกับอายุ นักเรียนมีความคลาดเคลื่อนในการแก้สมการหาคำตอบมากที่สุด ซึ่งสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนด คือ $x+10 = (x-2)^2$ นักเรียนแสดงวิธีทำดังนี้

$$\begin{aligned} x+10 &= (x-2)^2 \\ x+10 &= x^2-4 \\ x+10-x^2-4 &= 0 \\ -x^2+x+6 &= 0 \\ x^2-x-6 &= 0 \\ (x-3)(x+2) &= 0 \\ x &= 3,2 \end{aligned}$$

การแก้สมการหาคำตอบผิด การสรุปคำตอบตามที่โจทย์ต้องการก็ผิดไปด้วย

2. เมื่อพิจารณาการทำแบบทดสอบทั้งหมดของนักเรียน พบว่า นักเรียนทำแบบทดสอบได้ถูกต้องโดยมีค่าร้อยละสูงสุดคือร้อยละ 40.48 รองลงมาคือ ไม่ทำโดยมีค่าร้อยละคือ ร้อยละ 34.12 ที่เป็นเช่นนี้อาจเป็นเพราะ นักเรียนเคยชินกับการทำแบบทดสอบแบบเลือกตอบมากกว่าแบบอัตนัย นักเรียนบางคนคิดคำตอบได้แต่เรียบเรียงวิธีการและขั้นตอนไม่ได้ ประกอบกับความไม่มั่นใจว่าถูกหรือผิด ขาดความพยายามที่จะทำให้เป็นผลสำเร็จ อาจเป็นเหตุให้นักเรียนไม่ทำในข้อนั้น ๆ และไม่ทำตามขั้นตอนในการแก้โจทย์สมการ อย่างเช่น ไม่ทำในขั้นที่ใช้ตัวแปรแทนตัวไม่ทราบค่า แต่ข้ามไปเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ตามที่โจทย์กำหนดเลข และในขั้นการแก้สมการหาคำตอบเป็นขั้นที่นักเรียนไม่ทำมากที่สุด ซึ่งการแก้

สมการหาคำตอบต้องอาศัยทักษะในการคำนวณเป็นหลัก พร้อมกับการใช้คุณสมบัติต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้สมการด้วย

ในการสร้างแบบทดสอบอัตนัยเรื่องโจทย์สมการกำลังสองนั้น คำตอบของข้อสอบในเรื่องที่เกี่ยวกับ ร้อยละ กำไร-ขาดทุน อัตราเร็วและระยะทาง ซึ่งมีทั้งหมด 5 ข้อ ได้ถูกตัดออกไปในการทดลองใช้ครั้งที่ 1 เนื่องจากนักเรียนส่วนมากไม่ได้ทำ หรือทำไม่ครบทุกชั้น ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ นักเรียนยังขาดความรู้พื้นฐานในเรื่องร้อยละ กำไร-ขาดทุน อัตราเร็วและระยะทางและโจทย์สมการกำลังสองในเนื้อหาเหล่านี้เป็นเรื่องซับซ้อนหลายขั้นตอน ประกอบกับยังเข้าใจความหมายของคำดังกล่าวไม่ชัดเจน ซึ่งสังเกตจากคำถามของนักเรียนขณะทำการทดสอบว่าไม่เข้าใจความหมายในเรื่องที่กล่าวถึง

ข้อเสนอแนะ

1. สำหรับครูคณิตศาสตร์

1.1 การสอนเรื่องโจทย์ปัญหา ครูควรสอนให้นักเรียนพิจารณาปัญหาอย่างมีขั้นตอน ควรฝึกให้นักเรียนเปลี่ยนประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์พร้อมฝึกเปลี่ยนประโยคสัญลักษณ์เป็นประโยคภาษาควบคู่กันไป

1.2 ควรนำแบบทดสอบอัตนัยไปใช้ร่วมกับแบบทดสอบแบบ เลือกตอบด้วย จะเป็นการฝึกให้นักเรียนได้เรียบเรียงความคิด วิธีการแก้โจทย์ปัญหา

1.3 ในการทดสอบนักเรียน ครูไม่ควรดูเฉพาะคำตอบว่าถูกหรือผิดเท่านั้น แต่ควรจะดูข้อที่ผิดพลาดด้วยว่าเป็นเนื้อหาในเรื่องใด เหตุที่ผิดคืออะไรและผิดอย่างไร เพื่อครูจะได้สามารถสอนเพิ่มเติม หรือหาทางแก้ไขความคลาดเคลื่อนเหล่านั้น

1.4 การสอนเรื่องโจทย์ปัญหาในทุกระดับชั้น ควรเน้นเนื้อหาในเรื่อง ร้อยละ กำไร-ขาดทุน อัตราเร็วและระยะทางอย่างต่อเนื่อง เพราะเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวัน

2. สำหรับการวิจัย

2.1 ควรจะทำการวิจัย เกี่ยวกับการสอนโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ โดย
สอนการเปลี่ยนประโยคภาษาเป็นประโยคสัญลักษณ์ก่อนที่จะสอนวิธีแก้สมการหาคำตอบ

2.2 ควรจะทำการวิจัยในลักษณะคล้ายการวิจัยแบบนี้ สำหรับกลุ่มตัวอย่าง
ประชากรในระดับชั้นอื่น ๆ



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย