โครงการวิจัยย่อยลำดับที่ 7

เรื่อง การสร้างกลับภาพดิจิทัลความละเอียดสูง

(Super-Resolution Digital Image Reconstruction)

1. ผู้รับผิดชอบโครงการ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.เจษฎา ชินรุ่งเรือง

2. ขอบเขตหรือเป้าหมายของโครงการ

โครงงานวิจัย "การสร้างกลับภาพดิจิทัลความละเอียดสูง" โครงการนี้มีจุดประสงค์หลัก เพื่อศึกษาหลักการสำหรับใช้ในการประมวลผลสัญญาณภาพดิจิทัลความละเอียดต่ำ เพื่อให้ได้ภาพดิจิทัลความละเอียดสูง โดยคำนึงถึงคุณภาพของภาพ และความเร็วในการประมวลผลเข้าไว้ในการออกแบบขั้นตอนวิธี โครงการวิจัยนี้สามารถแบ่งเนื้อหาออกเป็น

จุดประสงค์ของโครงการนี้ก็เพื่อจะเพิ่มคุณภาพให้กับภาพที่ถูกเก็บข้อมูลอยู่ในรูปแบบดิจิทัลให้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น Superresolution นั้นหมายความถึงกระบวนวิธีการประมวลผลภาพที่สามารถสร้างภาพความละเอียดสูง (High Resolution Image) จากภาพความละเอียดต่ำ (Low Resolution Image) หลาย ๆ ภาพ โดยภาพความละเอียดต่ำเหล่านั้นจะมีต้องเป็นภาพที่แสดงถึงวัตถุเดียวกันแต่เป็นภาพที่แตกต่างกัน หรืออีกนัยหนึ่งก็คืออาจจะเป็นภาพถ่ายต่อเนื่องก็ได้ โดยที่ภาพความละเอียดต่ำเหล่านี้จะให้ข้อมูลของภาพที่แตกต่างกัน ซึ่งการที่สามารถหาระเบียบวิธีที่สร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำนั้นจะสามารถช่วยในการนำภาพไปทำกระบวนการประมวลผลภาพชนิดอื่นเช่นการรู้จำตัวอักษรหรือวัตถุ การค้นหาสิ่งที่ต้องการในภาพเป็นต้น ซึ่งการทำเทคนิค Superresolution นั้นสามารถช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายในการเปลี่ยนอุปกรณ์รับภาพหรือเซนเซอร์รับภาพเพื่อที่จะเพิ่มความละเอียดของภาพที่ต้องการได้ เพราะไม่มีค่าใช้จ่ายทางด้านอุปกรณ์ฮาร์ดแวร์

3. จุดประสงค์

ในปัจจุบันการการใช้ระบบคอมพิวเตอร์เพื่อวัตถุประสงค์ในการเก็บข้อมูลในรูปแบบดิจิทัลเป็นสิ่งที่จำเป็น เพราะนอกจากจะประหยัดพื้นที่ใช้สอยแล้วยังสามารถใช้ประโยชน์จากการที่สามารถดัดแปลงปรับแก้ไขข้อมูลเหล่านั้นเพื่อที่จะเพิ่มคุณภาพหรือดัดส่วนเฉพาะที่ต้องการได้ง่าย การบันทึกภาพถ่ายหรือภาพวิดีโอในระบบดิจิทัลนั้นในปัจจุบันก็พัฒนาไปมากเช่นกัน โดยพบว่าความละเอียดของภาพนั้นเพิ่มขึ้นเป็นอย่างมากในระยะเวลาอันสั้น ทั้งความละเอียดเชิงพื้นที่ การถ่ายภาพที่ความถี่สูงมาก รวมถึงไดนามิกเรนจ์ของภาพก็สูงมากขึ้นเรื่อย ๆ เช่นกัน

จุดประสงค์ของโครงการนี้ก็เพื่อจะเพิ่มคุณภาพให้กับภาพที่ถูกเก็บข้อมูลอยู่ในรูปแบบดิจิทัลเหล่านั้นให้มีคุณภาพมากยิ่งขึ้น Superresolution นั้นหมายความถึงกระบวนวิธีการประมวลผลภาพที่สามารถสร้างภาพความละเอียดสูง (High Resolution Image) จากภาพความละเอียดต่ำ (Low Resolution Image) หลาย ๆ ภาพ โดยภาพความละเอียดต่ำเหล่านั้นจะมีต้องเป็นภาพที่แสดงถึงวัตถุเดียวกัน หรืออีกนัยหนึ่งก็คืออาจจะเป็นภาพถ่ายต่อเนื่อง ซึ่งการที่ได้ภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำนั้นจะ

สามารถช่วยในการนำภาพไปทำกระบวนการประมวลผลภาพชนิดอื่นเช่นการรู้จำตัวอักษรหรือวัตถุ การค้นหาสิ่งที่ต้องการในภาพเป็นต้น ซึ่งการทำเทคนิค Superresolution นั้นสามารถช่วยประหยัดค่าใช้จ่ายในการเปลี่ยนอุปกรณ์รับภาพหรือเซนเซอร์รับภาพเพื่อที่จะเพิ่มความละเอียดของภาพที่ต้องการได้ เพราะไม่มีค่าใช้จ่ายทางด้านอุปกรณ์ฮาร์ดแวร์

กระบวนการ Superresolution นั้นจะใช้ประโยชน์จากการที่เรามีข้อมูลภาพความละเอียดต่ำหลาย ๆ ภาพ ซึ่งจะให้ข้อมูลของภาพที่แตกต่างกัน ดังนั้นหากชุดของภาพความละเอียดต่ำที่นำมาใช้นั้นมีข้อมูลที่ซ้ำกันเป็นจำนวนมากก็จะไม่เป็นผลดีต่อระบบ โดยทั่วไปแล้วในการหลอมรวมภาพนั้นจะช่วยในการลดสัญญาณรบกวน เพิ่มมุมมองของภาพถ่าย ลดการสั่นไหวของภาพ การเบลอของภาพ และเพิ่มความละเอียดของภาพได้[1-3] โดยที่จะต้องรู้ว่าภาพความละเอียดต่ำแต่ละภาพนั้นภาพใดมีการเคลื่อนที่ไปในทางใด จากนั้นจะต้องนำภาพความละเอียดต่ำเหล่านั้นกลับมาในตำแหน่งเดียวกันหรือตำแหน่งที่อ้างอิงได้

โดยโครงการนี้จะพยายามหาวิธีเพื่อที่จะเพิ่มประสิทธิภาพและคุณภาพในกระบวนการทำ Superresolution ให้ดียิ่งขึ้น โดยเน้นที่คุณภาพของภาพความละเอียดสูงที่รับจากกระบวนการ

1.ปัญหา

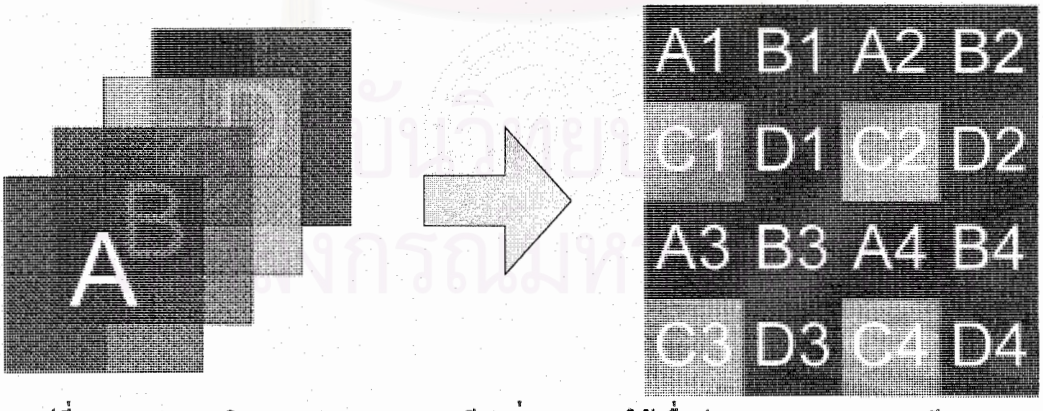
ปัญหา Superresolution นั้นเกิดมาจากความต้องการสร้างภาพความละเอียดสูงยิ่งกว่าภาพความละเอียดต่ำที่เดิมมีอยู่ โดยที่ภาพความละเอียดสูงคือภาพที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ (Spatial Resolution) มากกว่าภาพความละเอียดต่ำ หรืออาจจะกล่าวได้ว่าภาพความละเอียดสูงนั้นมีข้อมูลเชิงพื้นที่มากกว่าภาพความละเอียดต่ำ โดยการสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำนั้นจะมีวิธีแตกต่างกันขึ้นอยู่กับเทคนิคและวิธีที่ใช้ วิธีที่ง่ายที่สุดก็คือการประมาณค่าในช่วง (Interpolation) จากข้อมูลภาพความละเอียดต่ำ

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รูปที่ 0.1 ภาพความละเอียดต่ำ (LR)

รูปที่ 0.2 รูปความละเอียดสูงที่เกิดจากการทำ Bicubic Interpolation จากภาพความละเอียดต่ำในรูปที่ 0.1

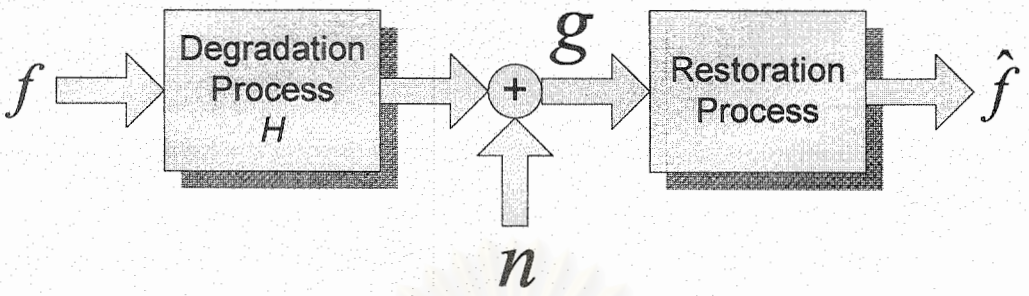
จะเห็นได้ว่าภาพความละเอียดสูงที่เกิดจาการประมาณค่าในช่วงนั้นมีลักษณะไม่ชัดเจนและได้รายละเอียดไม่ชัดเจน แนวคิดในการทำ Superresolution ก็เกิดขึ้นเพื่อจะเพิ่มประสิทธิภาพของการสร้างภาพความละเอียดสูงจากภาพความละเอียดต่ำและแนวคิดที่นิยมกันมากที่สุดที่จะสร้างภาพความละเอียดสูงขึ้นมาจากภาพความละเอียดต่ำคือใช้แนวคิดที่ว่าภาพความละเอียดต่ำภาพหนึ่งจะมีข้อมูลเกี่ยวกับภาพความละเอียดสูงที่แตกต่างกัน การใช้ภาพความละเอียดต่ำหลาย ๆ ภาพก็จะสามารถนำมาใช้สร้างภาพความละเอียดสูงได้ โดยการใช้ข้อมูลจากภาพความละเอียดต่ำภาพอื่น ๆ มาชดเชยหรือประมาณข้อมูลภาพความละเอียดต่ำในภาพหลักหรือภาพอ้างอิง



รูปที่ 0.3 แสดงแนวคิดการนำภาพความละเอียดต่ำ (LR) มาใช้เพื่อประมาณภาพความละเอียดสูง (HR)

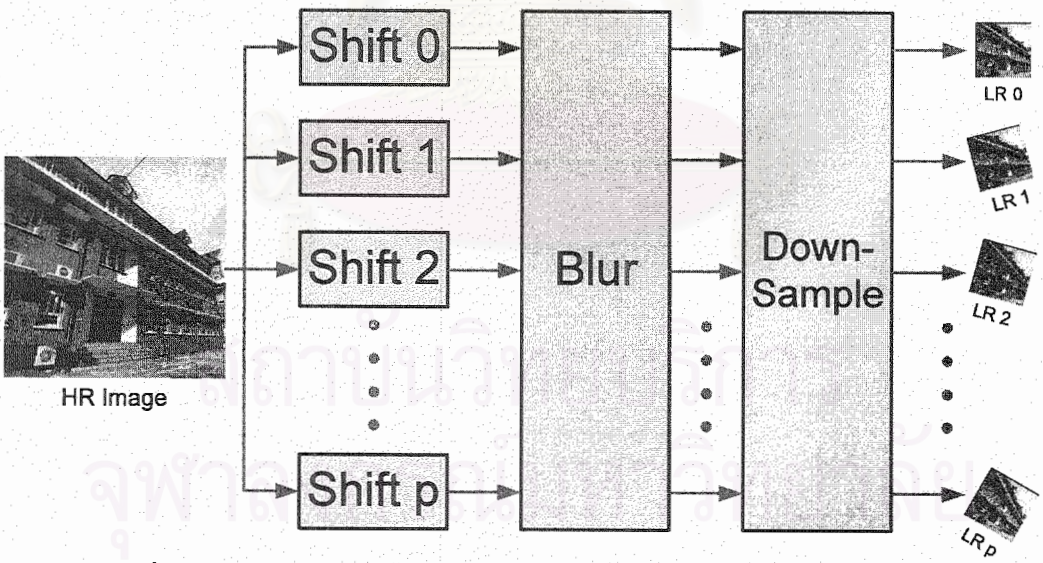
เพื่อที่จะรองรับแนวคิดดังกล่าวไว้ข้างต้นจึงมีการนำแนวคิดเกี่ยวกับการบูรณะภาพ (Image Restoration) เข้ามาใช้ในกระบวนการ กล่าวคือเป็นแนวคิดที่สมมติภาพที่ต้องการ f ผ่านกระบวนการ

ลดทอนคุณภาพ (Degradation) H จนได้ภาพที่ถูกลดทอนคุณภาพ g จากนั้นนำภาพที่ถูกลดทอนคุณภาพผ่านกระบวนการย้อนกลับจนได้ภาพประมาณ $\hat{f}$ ที่ใกล้เคียงกับภาพก่อนการลดทอน f



รูปที่ 0.4 Degradation-Restoration Process

ในที่นี้จะให้ภาพความละเอียดสูงคือภาพที่ต้องการส่วนภาพความละเอียดต่ำคือภาพที่ถูกลดทอนคุณภาพ สิ่งที่ต้องการหาคือกระบวนการบูรณะกลับที่จะสามารถจะทำให้ภาพความละเอียดต่ำที่ถูกลดทอนคุณภาพนั้นกลับเป็นภาพความละเอียดสูงที่ใกล้เคียงกับภาพความละเอียดสูงต้นแบบให้มากที่สุด โดยกระบวนการย้อนกลับนั้นจะต้องอ้างอิงกระบวนการลดทอน



รูปที่ 0.5 แผนภาพแสดงแนวคิดการเกิดภาพความละเอียดต่ำจากภาพความละเอียดสูง

กระบวนการลดทอนตามรูปที่ 0.5 นั้นเป็นกระบวนการหนึ่งที่สร้างเลียนแบบกระบวนการเกิดภาพความละเอียดต่ำจากการถ่ายภาพ โดยที่เริ่มจากการที่ภาพความละเอียดสูง(ที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ไม่

จำกัด) ถูกถ่ายภาพด้วยมุมกล้องที่แตกต่างกัน และแสงที่เก็บข้อมูลของภาพนั้นผ่านเลนส์จะเกิดการเบลอทำให้ภาพไม่ชัดเจน(Blur) หรืออาจจะเกิดจากการที่ภาพขยับทำให้เกิดทำให้ภาพไม่ชัดเจน (Motion Blur) และในที่สุดก็จะถูกลดความละเอียดลงด้วยอุปกรณ์รับภาพเช่นฟิล์มหรือ Charge-Coupled Device (CCD) ของกล้อง ทำให้ภาพความละเอียดสูงที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่ไม่จำกัดถูกลดทอนความละเอียดลงเหลือภาพที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่จำกัด

ในความเป็นจริงแล้วไม่สามารถเก็บภาพที่มีความละเอียดเชิงพื้นที่แบบไม่จำกัดได้ ภาพที่ทำกลับจึงจะต้องมีความละเอียดเชิงพื้นที่แบบจำกัด และในที่นี้จะให้เป็นภาพความละเอียดสูงที่มีความละเอียดตามที่ต้องการและเหมาะสมกับปริมาณของข้อมูลความละเอียดต่ำที่ได้รับมา

2. โมเดลของปัญหา

การทำ Superresolution นั้นใช้โมเดลของการบูรณะภาพ (Restoration) เป็นหลักนั่นคือเป็นการโมเดลภาพที่ถูกทอนประสิทธิภาพจากภาพต้นฉบับหรือเรียกอีกอย่างหนึ่งในกรณีนี้ว่าเป็นภาพที่มีความละเอียดสูง

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) + n(x,y) \tag{0.1}$$

โดยที่ $g(x,y)$ เป็นภาพที่ถูกทอนประสิทธิภาพ มีขนาด $m \times n$ $h(x,y)$ เป็น Spatial representation of the degradation function คูณประสานอยู่กับ $f(x,y)$ ซึ่งเป็นภาพที่มีความละเอียดสูงมีขนาด $M \times N$ จุดภาพและบวกเข้ากับสัญญาณรบกวน $n(x,y)$ โดยสมการข้างต้นนั้นสามารถเปลี่ยนมาให้อยู่ในรูปแบบเมทริกซ์ได้โดยหากอาศัยคำจำกัดความของการคูณประสาน

$$f(x,y) * h(x,y) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f(m,n) h(x-m, y-n) \tag{0.2}$$

จะสามารถเขียนสมการ (0.1) ได้ในรูปแบบเวกเตอร์-เมทริกซ์ได้ [4]

$$\begin{bmatrix} g(x_0,y_0) \\ g(x_1,y_0) \\ g(x_2,y_0) \\ \vdots \\ g(x_n,y_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{0,0} & 0 & 0 & 0 & \cdots & h_{1,0} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots \\ h_{0,1} & h_{0,0} & 0 & 0 & \cdots & h_{1,1} & h_{1,0} & 0 & \cdots & \cdots \\ h_{0,2} & h_{0,1} & h_{0,0} & 0 & \cdots & h_{1,2} & h_{1,1} & h_{1,0} & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f(x_0,y_0) \\ f(x_1,y_0) \\ f(x_2,y_0) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ f(x_n,y_m) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n(x_0,y_0) \\ n(x_1,y_0) \\ n(x_2,y_0) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ n(x_n,y_m) \end{bmatrix} \tag{0.3}$$

$$\vec{g} = H\vec{f} + \vec{\eta} \tag{0.4}$$

โดยที่ $\vec{g}$ เป็นเวกเตอร์แสดงถึงภาพที่ถูกทอนประสิทธิภาพ จะมีขนาด $mn \times 1$ เรียงตามลำดับที่ (lexicographic order), H เป็นเมทริกซ์ปฏิบัติการการทอนภาพ(Operation Matrix of degradation function) จะมีขนาด $mn \times MN$ ในสมการ (0.3) แสดงถึงรูปแบบหนึ่งของ H ที่อาจจะเกิดขึ้นจากระบบ โดยสังเกต

ว่ามีลักษณะ Sparse, $\vec{f}$ เป็นเวกเตอร์ของรูปที่มีความละเอียดสูง จะมีขนาด $MN \times 1$ ซึ่งมีขนาดเท่ากันกับเวกเตอร์ของสัญญาณรบกวน $\vec{\eta}$

หลักการของ Superresolution คือการใช้ข้อมูลจากภาพความละเอียดต่ำหลาย ๆ ภาพมารวมกันแต่ละเฟรมที่เพิ่มขึ้นก็จะให้ข้อมูลที่เพิ่มเติมเพื่อที่จะนำไปประมาณจุดภาพย่อยที่อยู่รอบข้าง สามารถเขียนสมการของการเกิดภาพความละเอียดต่ำเฟรมที่ k ได้ดังนี้

$$\vec{g}_k = H_k \vec{f} + \vec{\eta}_k \tag{0.5}$$

สังเกตได้ว่า $\vec{f}$ ไม่มี k ห้อยอยู่ที่ด้านล่าง ส่วน $\vec{g}_k, H_k$ และ $\vec{\eta}_k$ นั้นมี k ห้อยอยู่แสดงถึงค่าของเวกเตอร์และเมทริกซ์ของภาพที่ k และ H_k นั้นสามารถเขียนอยู่ในรูปของฟังก์ชันสามชนิดดัง

$$H_k = DB_kS_k \tag{0.6}$$

D มีขนาด $mn \times MN$, B_k และ S_k มีขนาด $MN \times MN$ ซึ่งเมทริกซ์เหล่านี้เป็น Shifting, Blur และ Down-sampling ของรูปภาพตามลำดับ บางครั้งเพื่อผลการคำนวณที่เร็วขึ้น อาจจะสลับที่ B_k และ S_k ทำให้ $H_k = DS_kB_k$ [5] โดยสมมติฐานที่ S_k นั้นเป็น spatial linear invariant (ปกติแล้ว D เป็นตัวปฏิบัติการ down-sampling ทำให้นั้นกลายเป็นตัวปฏิบัติการ down-sampling ที่มีการเลื่อนตำแหน่งการ down-sampling)

เมื่อนำสมการที่ (0.5) มาต่อกันตั้งแต่เฟรมที่ 0 ถึงเฟรมที่ $p-1$ (รวมทั้งหมด p เฟรม) จะได้

$$\begin{bmatrix} \vec{g}_0 \\ \vec{g}_1 \\ \vec{g}_2 \\ \vdots \\ \vec{g}_{p-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_{p-1} \end{bmatrix} \left[\vec{f}\right] + \begin{bmatrix} \vec{n}_0 \\ \vec{n}_1 \\ \vec{n}_2 \\ \vdots \\ \vec{n}_{p-1} \end{bmatrix}$$

$$\vec{\gamma} = H\vec{f} + \vec{\eta} \tag{0.7}$$

ซึ่ง $\vec{\gamma}$ มีขนาด $mnp \times 1$ และ H มีขนาด $mnp \times MN$ และ $\vec{\eta}$ มีขนาด $MNp \times 1$ ซึ่งเป็นสมการพีชคณิตเชิงเส้นที่ H มีสภาวะเลว(ill-conditioned) โดยปกติแล้ว หาก $mnp = MN$ ซึ่งจะทำให้ H เป็นเมทริกซ์สี่เหลี่ยมจัตุรัสอาจจะสามารถหา $\vec{f}$ ได้จาก $\vec{f} = H^{-1}(\vec{\gamma} - \vec{\eta})$ แต่เนื่องจาก H มีสภาวะที่เลว และมักจะมีขนาดไม่เป็นจัตุรัสจึงทำให้ตรงกับปัญหาเรกูลาไรเซชัน (Regularization) เป็นการปัญหา minimization ที่มีคำตอบเป็น

$$\begin{aligned}\vec{f} &= H^T(HH^T+\lambda I)^{-1}\vec{\gamma} \\ &= H^T\vec{\chi}\end{aligned} \tag{0.8}$$

โดยที่มองว่า $\vec{\chi} = (HH^T+\lambda I)^{-1}\vec{\gamma} = A^{-1}\vec{\gamma}$ เป็นคำตอบของปัญหาสมการพีชคณิตเชิงเส้น $\vec{\gamma} = (HH^T+\lambda I)\vec{\chi} = A\vec{\chi}$ ซึ่งคำตอบของสมการพีชคณิตเชิงเส้นนี้จะสามารถแก้ปัญหาได้รวดเร็วด้วยวิธี Conjugate gradient (CG) ซึ่งเป็นวิธีการวนรอบประมาณ $\vec{\chi}$ จาก $\vec{\gamma}$ และ ตัวดำเนินการ (Operator) A อย่างแม่นยำ

3. เรกูลาไรเซชัน

โดยปกติแล้วหากจะแก้หา f จากระบบสมการ $\gamma = Hf + \eta$ นั้น สามารถทำได้โดยการ

$$\min_f \|Hf-\gamma\|_2^2 \tag{1.1}$$

แต่เนื่องจากปัญหา Superresolution นั้น H มีสภาพวะเลว Tikhonov ได้เคยเสนอไว้ว่าควรจะใส่บางพจน์ลงไปเพื่อประกันว่าสมการที่กำลังจะหาอยู่นั้นมีคำตอบ

เนื่องจากการทำ Superresolution นั้นเป็นการที่ใช้ข้อมูลของภาพความละเอียดต่ำมากกว่าหนึ่งภาพเพื่อนำมาเป็นข้อมูลของภาพที่ความละเอียดสูงหนึ่งภาพ ซึ่งจำนวนข้อมูลและจำนวนของภาพความละเอียดต่ำนั้นมีความสำคัญต่อวิธีการที่จะนำไปหาภาพความละเอียดสูง โดยที่อาจจะสามารถแบ่งได้เป็นสามกรณีคือ

กรณีที่ข้อมูลของภาพความละเอียดต่ำทั้งหมดมีจำนวนมากกว่าภาพความละเอียดสูง โดยการคิดถึงจำนวนข้อมูลนั้นทั้งข้อมูลของขนาดภาพและข้อมูลของจำนวนของภาพความละเอียดต่ำนำจะต้องถูกนำมาคิดว่ามากกว่าจำนวนของข้อมูลของภาพความละเอียดสูงหรือไม่ ยกตัวอย่างเช่น ถ้ามีภาพความละเอียดต่ำขนาด 64 x 64 จุดภาพ มีทั้งหมด 20 ภาพ ต้องการสร้างภาพความละเอียดสูงหนึ่งภาพขนาด 256 x 256 จุดภาพนั้น จะสามารถคิดได้ว่า มีมิติของข้อมูลของภาพความละเอียดต่ำทั้งหมด (64 x 64) x 20 = 81,920 มิติซึ่งมากกว่ามิติของข้อมูลภาพความละเอียดสูง ซึ่งมี 256 x 256 = 65,536 มิติ ซึ่งจะเรียกระบบในกรณีนี้ว่า Overdetermined System

$$\begin{bmatrix} \\ y \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \\ W \\ \\ \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \\ x \\ \\ \end{bmatrix}$$

รูปที่ 0.1 แสดงลักษณะของ Overdetermined System

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

กรณีที่ข้อมูลของภาพความละเอียดต่ำทั้งหมดมีจำนวนน้อยกว่าภาพความละเอียดสูง โดยการคิดถึงจำนวนมิติข้อมูลของภาพความละเอียดต่ำนั้นจะต้องถูกนำมาคิดเช่นกันว่ามีจำนวนน้อยกว่ามิติของข้อมูลของภาพความละเอียดสูงหรือไม่ ซึ่งจะเรียกระบบในกรณีนี้ว่า Underdetermined System

$$\begin{bmatrix} \\ y \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \\ W \\ \\ \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \\ x \\ \\ \end{bmatrix}$$

รูปที่ 0.2 แสดงลักษณะของ Undetermined System

3. กรณีที่ข้อมูลของภาพความละเอียดต่ำทั้งหมดนั้นมีจำนวนเท่ากันกับจำนวนข้อมูลภาพความละเอียดสูงพอดี และจะเรียกระบบในกรณีนี้ว่า Square System ซึ่งจะไม่ค่อยพบและจะให้ความสนใจในกรณีที่ 1 และ 2 มากกว่า

$$\begin{bmatrix} \\ y \\ \\ \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \\ W \\ \\ \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \\ x \\ \\ \end{bmatrix}$$

รูปที่ 0.3 แสดงลักษณะของ Square System

โดยที่จะมีวิธีการแก้สมการหาคำตอบที่แตกต่างกันในแต่ละกรณี

3.1 กรณี Overdetermined System

จะสามารถหาคำตอบได้โดยเพิ่มพจน์ จากสมการ (1.1) เป็น

$$\min_{\mathbf{f}} \left\| H\mathbf{f} - \boldsymbol{\gamma} \right\|_2^2 + \lambda \left\| L\mathbf{f} \right\|_2^2 \qquad (1.2)$$

โดยที่ เป็นเรกูลาไรเซชันโอเปอเรเตอร์(Regularization Operator) และ เป็นตัวคูณลากรางจ์ซึ่งเป็นค่าสเกลาร์ เมื่อหาเกรเดียนต์ของสมการ(1.2) เทียบกับ $\mathbf{f}$ และให้อีกฝั่งหนึ่งของสมการเท่ากับ 0 จะได้

$$
\begin{aligned}
0 &= \frac{\partial}{\partial \mathbf{f}}(H\mathbf{f}-\gamma)^T(H\mathbf{f}-\gamma)+\lambda\left(f^T L\mathbf{f}\right) \\
&= \frac{\partial}{\partial \mathbf{f}}(\mathbf{f}^T H^T H\mathbf{f}-2\mathbf{f}^T H^T\gamma+\gamma^T\gamma)+\lambda\left(\mathbf{f}^T L\mathbf{f}\right) \\
&= 2H^T H\mathbf{f}-2H^T\gamma+2\lambda\left(L\mathbf{f}\right) \\
H^T\gamma &= H^T H\mathbf{f}+\lambda\left(L\mathbf{f}\right) \\
&= (H^T H+\lambda L)\mathbf{f} \\
\mathbf{f} &= (H^T H\mathbf{f}+\lambda L)^{-1}H^T\gamma \qquad (1\text{-}3)
\end{aligned}
$$

และหากให้ $L = I$ ซึ่งเป็นเมทริกซ์ เอกลักษณ์จะได้สมการ เป็น

$$\mathbf{f} = (H^T H\mathbf{f}+\lambda I)^{-1}H^T\gamma \qquad (1.4)$$

3.2 กรณี Underdetermined System

ส่วนในกรณีที่ระบบเป็น Underdetermined System ก็จะเพิ่มพจน์ $\|L\mathbf{f}\|_2^2$ และจะหาคำตอบจากสมการ

$$\min_{\mathbf{f}} \alpha\|H\mathbf{f}-\gamma\|_2^2+\|L\mathbf{f}\|_2^2 \qquad (1.5)$$

จะเห็นได้ว่าหาก $\alpha = \frac{1}{l}$ ทั้งสมการ (1.2) และ (1.5) จะเป็นสมการที่สมมูลกัน และได้คำตอบ

$$\mathbf{f} = H^T(H^T H\mathbf{f}+\lambda L)^{-1}\gamma \qquad (1.6)$$

และหากให้ $L = I$ ซึ่งเป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์จะได้สมการ เป็น

$$\mathbf{f} = H^T(H^T H\mathbf{f}+\lambda I)^{-1}\gamma \qquad (1.7)$$

4. คอนจูเกตเกรเดียนท์

จะเห็นได้ว่าการหา $(H^T H\mathbf{f}+\lambda I)^{-1}$ นั้นทำได้ยากมากเนื่องจากเมทริกซ์มีขนาดใหญ่ เช่นหากใช้รูปขนาด 64x64 จุดภาพจำนวน 25 รูปและขนาดรูปความละเอียดสูงที่ต้องการจะทำกลับนั้นมีขนาด 256x256 จุดภาพ เมทริกซ์ H จะมีขนาดใหญ่ถึง 102,400 x 65,536 แม้ว่าเมทริกซ์ H จะมีขนาดใหญ่แต่ก็มีลักษณะที่ว่างมาก(Sparse Matrix) แต่ลักษณะของ $(H^T H\mathbf{f}+\lambda I)^{-1}$ กลับไม่มีที่ว่างมากนักทำให้การเก็บเมทริกซ์ดังกล่าวไว้ในหน่วยความจำนั้นเป็นไปได้ยาก สาเหตุที่เมทริกซ์ $(H^T H\mathbf{f}+\lambda I)^{-1}$ ไม่มีที่ว่างมากนักเพราะเมทริกซ์ $H^T H+\lambda I$ มีลักษณะใกล้เคียงกับเมทริกซ์เอกฐานซึ่งให้ผลเฉลยที่มีค่ามาก

ในงานนี้จะแก้ปัญหาที่เกิดจากการเก็บเมทริกซ์ขนาดใหญ่นี้โดยใช้คอนจูเกตเกรเดียนท์ (Conjugate Gradient) เพื่อที่จะหาผลเฉลยของ $\mathbf{f}$ โดยให้ H นั้นเป็นโอเปอเรอเตอร์กับ $\mathbf{f}$ โดยทำตามลำดับดังที่กล่าวไว้ในบทต้น ๆ กล่าวคือ Shifting, Blur และ Down-sampling และ H^T นั้นจะสมมูลกับ $S_k^T B_k^T D^T$ และ Operator จะเป็นแบบย้อนกลับเช่น D^T คือ โอเปอเรเตอร์สำหรับการ Up-sampling เป็นต้น

เป็นที่รู้กันดีว่าระเบียบวิธีคอนจูเกตเกรเดียนท์เป็นระเบียบวิธีเพื่อที่จะสามารถหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นด้วยการวนรอบได้ดีวิธีหนึ่งเช่นเดียวกับระเบียบวิธีการเกรเดียนท์ที่ชันที่สุด (Steepest Descent) แต่ได้รับการยอมรับว่ามีความเหนือกว่าด้านจำนวนการวนรอบเพื่อที่จะได้คำตอบที่ต้องการนั้น

น้อยกว่า ดังนั้นระเบียบวิธีการคอนจูเกตเกรเดียนท์จึงเหมาะกับการที่จะแก้ปัญหาเมทริกซ์ที่มีขนาดใหญ่และมีที่ว่างมากเช่นในกรณีนี้โดยมีข้อกำหนดว่าระบบจะต้องมีลักษณะเป็น Sparse Symmetric Positive Definite linear System

สมมติต้องการจะแก้สมการเพื่อหาคำตอบ x จากระบบสมการเชิงเส้น

$$b = Ax \tag{2.1}$$

ระเบียบวิธีจะเริ่มด้วยการที่ให้เบสิสของ p_1 ซึ่งเป็นคอนจูเกตเวกเตอร์ที่ $x = x_0$ เท่ากับ b

ให้ r_k เป็นสิ่งตกค้าง (Residual) ในรอบที่ k ของการวนรอบโดยที่

$$r_k = Ax - b \tag{2.2}$$

โดยที่สังเกตว่า r_k เป็นทิศทางเกรเดียนท์ที่ชันที่สุด (Gradient descent หรือ Steepest Descent) โดยจะให้ p_k เป็นทิศทางของคอนจูเกต

$$p_{k+1} = r_k - \frac{p_k^T A r_k}{p_k^T A p_k} p_k \tag{2.3}$$

โดยสามารถสรุประเบียบวิธีการคอนจูเกตเกรเดียนท์ได้ดังนี้

$r_0 = Ax - b$

$p_0 = r_0$

$g_0 = (r_0, r_0)$

for i =0:max_iteration

$q_i = Ap_i$

$a_i = \frac{g_i}{(q_i, p_i)}$

$x_{i+1} = x_i + a p_i$

$r_{i+1} = r_i - a q_i$

$g_{i+1} = (r_{i+1}, r_{i+1})$

if $g_{i+1} < tol * \|b\|_2^2$

break

end

$b_i = \frac{g_{i+1}}{g_i}$

$p_{i+1} = r_{i+1} + b_i p_i$

end

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

5. ผลการทดลอง

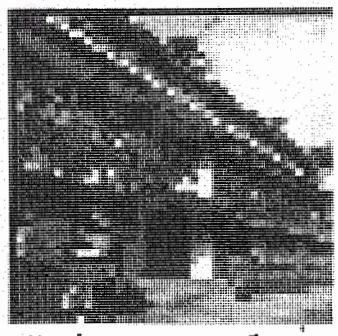
ในการทดลองเกี่ยวกับ Superresolution นั้น เพื่อที่จะทำให้การวัดผลได้ง่าย จึงใช้วิธีสร้างภาพความละเอียดต่ำขึ้นมาจากภาพความละเอียดสูง เพราะมิฉะนั้นแล้วจะเป็นการยากที่จะกำหนดได้ว่าตัวแปรใดมีผลมากกว่ากัน หรือการกระทำบางอย่างอาจจะมีผลต่อการทำ Superresolution ก็ได้ เพื่อจำกัดขอบเขตในการศึกษา จะสร้างภาพความละเอียดต่ำในมุมมองต่าง ๆ จากภาพความละเอียดสูงภาพเดียวกัน ในภาพความละเอียดต่ำแต่ละภาพนั้น จะมีการเลื่อนที่เพียงอย่างเดียว และการเลื่อนที่เหล่านั้นเป็นสิ่งที่ระบบรู้อยู่แล้วว่าเลื่อนที่ไปเท่าใดในแต่ละภาพเพื่อทำให้เกิดการระบุตำแหน่งของจุดภาพแต่ละจุดได้อย่างสมบูรณ์ที่สุด นอกจากนั้นแล้วการทำภาพให้ไม่คมชัด (Blur) นั้นจะทำด้วยแนวคิดที่ว่าการถ่ายภาพแต่ละครั้งนั้นถ่ายด้วยเลนส์ตัวเดียวกันที่มี Point Spreading Function (PSF) เหมือนกันและไม่เป็นมีค่าคงที่ไม่ขึ้นกับเวลา (Time-invariant)

5.1 ผลของการเบลอในกระบวนการย้อนกลับ

โดยเริ่มแรกสมมติให้ปัญหาไม่มีผลกระทบของการทำภาพให้ไม่คมชัดก่อน หรือกล่าวอาจกล่าวได้ว่าไม่คิดผลของการภาพเบลอในระบบย้อนกลับ แต่ภาพความละเอียดต่ำที่ถูกสร้างขึ้นมาจากภาพความละเอียดสูงนั้นจะได้รับผลของการเบลอ

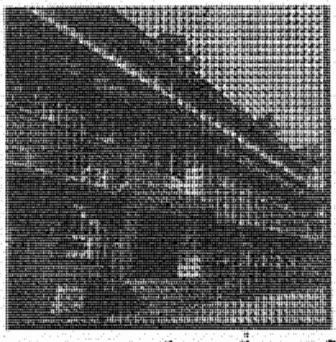
การทดลองเริ่มด้วยการสร้างภาพความละเอียดต่ำขนาด 43 x 43 จุดภาพจากภาพความละเอียดสูง 172x172 จุดภาพ จำนวน 10 ภาพโดยที่แต่ละภาพนั้นเกิดจากภาพความละเอียดสูงเคลื่อนที่ไปตามแนวภาพด้วยเวกเตอร์เคลื่อนไหว (Motion Vector) ที่แตกต่างกันทั้ง 10 ภาพ ทำให้ได้ภาพความละเอียดต่ำที่มีข้อมูลแตกต่างกัน 10 ภาพ

ผลที่ได้เป็นไปตามรูปที่ 0.1-รูปที่ 0.4 โดยภาพที่เกิดจะกระบวนการ Superresolution ที่ทำขึ้นจะได้ตามรูปที่ 0.3 โดยใช้การลู่เข้าสู่ค่าเรสิดิวที่ 0.01 และใช้การวนรอบการทำงานที่ 4 ครั้งเท่านั้น จะเห็นว่าภาพที่ได้จากการกระบวนการย้อนกลับโดยไม่มีผลจากการเบลอของภาพตามรูปที่ 0.3 นี้ยังมีปัญหาอยู่เนื่องจากมีจุดภาพบางจุดที่ยังไม่มีข้อมูลซึ่งปรากฏให้เห็นเป็นจุดสีดำ เหตุผลเนื่องจากระบบที่ใช้เป็นระบบ Underdetermined System ทำให้มีข้อมูลของจุดภาพที่รู้น้อยกว่าข้อมูลจุดภาพในภาพความละเอียดสูงที่ต้องการ

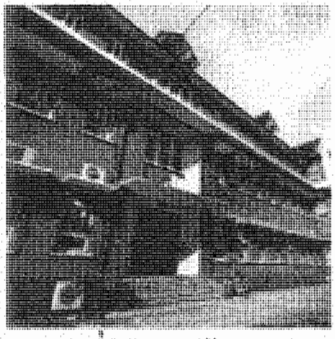


รูปที่ 0.1 ตัวอย่างภาพความละเอียดต่ำภาพหนึ่ง

รูปที่ 0.2 Bicubic Interpolation จากรูปที่ 0.1



รูปที่ 0.3 ภาพความละเอียดสูงที่ทำกลับโดยไม่มีผลของการเบลอในกระบวนการทำกลับ



รูปที่ 0.4 ภาพต้นแบบ

จะเห็นได้ว่าแม้ภาพที่ได้จากกระบวนการนี้จะลู่เข้าสู่ค่าที่ต้องการได้เร็วคือเพียงแค่ 4 ครั้ง แต่ก็เกิดจุดภาพสีดำที่ไม่มีข้อมูล ทำให้ต้องแก้ไขกระบวนการโดยการเพิ่มการเบลอเข้าไปให้กับระบบกระบวนการย้อนกลับกระบวนการนี้จะช่วยทำให้ภาพที่ได้นั้นมีความเรียบมากขึ้นแต่ก็จะมีผลด้านเวลาที่ใช้การลู่เข้าสู่ค่าที่ต้องการนั้นจะเพิ่มขึ้น

รูปที่ 0.5 ภาพความละเอียดสูงที่ทำกลับโดยมีผลของการเบลอในกระบวนการทำกลับ

รูปที่ 0.5เกิดขึ้นจากกระบวนการที่ผลของการเบลอเข้าไปร่วมด้วย จะเห็นได้ว่าภาพที่ได้นั้นมีความเรียบมากขึ้นเห็นผลของจุดภาพสีดำน้อยลงอย่างเห็นได้ชัดเจน ซึ่งเกิดจากการเฉลี่ยนนำความเข้าของจุดภาพจุดด้านข้างเข้าไปผสมรวมด้วย แต่กระบวนการนี้ใช้การวนรอบการลู่เข้าถึง 20 รอบ เนื่องจากการเบลอ B_k นั้นจะทำให้ H นั้นเป็น Ill-conditioned Matrix [6]

5.2 ผลของเรกูลาไรเซชันพารามิเตอร์

จะเห็นจากสมการ ว่าในการทำ Superresolution นั้นถูกตั้งให้เป็นปัญหาย้อนกลับที่มีสภาพวะเลว (ill-posed inverse problem) เพราะว่า H นั้นเป็นเมทริกซ์ที่มีสภาพวะเลว (ill-conditioned matrix) การที่จะแก้หาคำตอบของสมการนั้นเราจำเป็นต้องเรกูลาไรซ์หรือคือการที่เพิ่มสภาพบางอย่างให้กับระบบโดยทำให้ได้คำตอบที่มีสภาพวะที่ดีขึ้น (Well-behaved solution) โดยในการทดลองนี้ใช้ Tikhonov regularization ซึ่ง

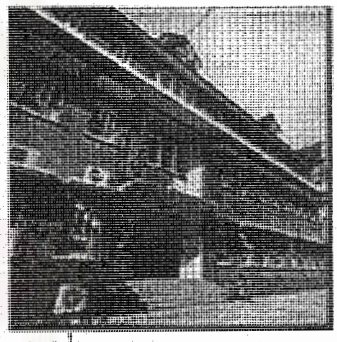
เริ่มแรกเสนอขึ้นมาเพื่อแก้ไขสภาพวะเลวของระบบกำลังสองน้อยที่สุดสำหรับ Square และ Overdetermined System {N. Nguyen, 2001 #1; Tikhonov, 1963 #6; Saad, 1996 #7; Farsiu, 2003 #8; Hel-Or, 2001 #11; Peleg, 2001 #9; Yang, 2002 #10} โดยการใช้ พจน์เรกูลาไรเซชัน(Regularization Term) จะช่วยในการทำให้คำตอบของสมการนั้นลู่เข้า เนื่องจาก หากไม่มี พจน์เรกูลาไรเซชันคำตอบจะลู่เข้าช้ามาก ซึ่งนอกจะเสียเวลาในการประมวลผลแล้วยังได้ผลของคำตอบที่ไม่ดีอีกด้วย โดยการเลือกเรกูลาไรเซชันพารามิเตอร์นั้นสำคัญมากหากเลือกค่าที่มากเกินไปคำตอบที่ได้แม้จะลู่เข้าเร็ว แต่ค่าที่ได้ก็จะห่างไกลกับคำตอบที่แท้จริงหรือคำตอบที่ต้องการมากยิ่งขึ้น เพราะระบบจะเปลี่ยนไปจากระบบเดิมที่ตั้งไว้มาก หากเรกูลาไรเซชันพารามิเตอร์มีค่าน้อยจนเกินไป ระบบก็ยังจะมีสภาพวะเลวอยู่

เรกูลาไรซ์พารามิเตอร์ , นั้นมีผลอย่างมากทั้งต่อการลู่เข้าของระบบและคุณภาพของภาพที่ได้รับ โดยที่ , นั้นเป็นการให้น้ำหนักกับพจน์เรกูลาไรเซชันว่าระบบจะเชื่อถือพจน์ดังกล่าวที่เป็นโครงร่างของคำตอบมากน้อยเพียงใด

การทดลองเริ่มด้วยการสร้างภาพความละเอียดต่ำขนาด 43 x 43 จุดภาพจากภาพความละเอียดสูง 172x172 จุดภาพ จำนวน 10 ภาพโดยที่แต่ละภาพนั้นมีเวกเตอร์เคลื่อนไหว (Motion Vector) ที่แตกต่างกัน เช่นเดียวกันเมื่อทดลองใส่ค่าพารามิเตอร์แล้วแยกประเภทของภาพได้เป็นสามจำพวกดังรูปที่ 0.6-รูปที่ 0.8

รูปที่ 0.6 Under-Regularized HR

รูปที่ 0.7 Regularized HR

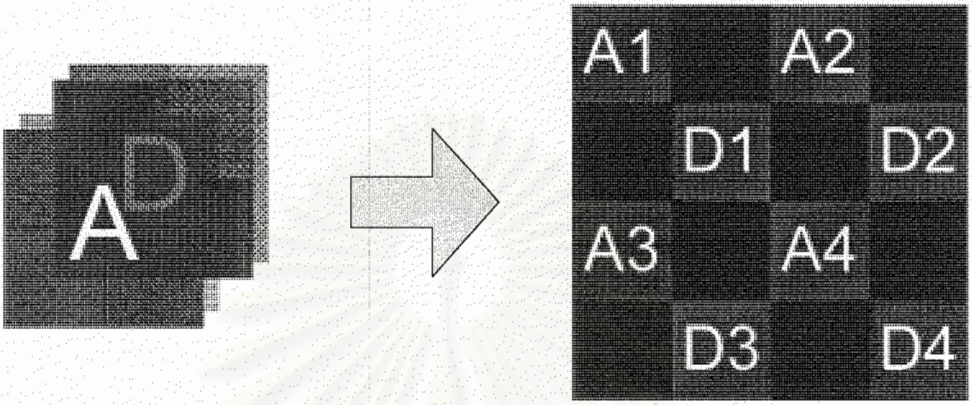


รูปที่ 0.8 Over-Regularized HR

จะเห็นได้ว่าจากหากให้เรกูลาไรเซชันพารามิเตอร์ มีค่าน้อยเกินไปจะมีผลให้ ภาพนั้นมีลักษณะคมจนเกินไปและมีสิ่งรบกวนอันเกิดมาจากการรีจีสเตอร์ของภาพและสัญญาณรบกวนที่มีอยู่ในภาพดังรูปที่ 0.6 ในขณะที่หากให้เรกูลาไรเซชันพารามิเตอร์ มีค่ามากเกินไปแม้ว่าจะได้ภาพที่มีความเรียบมากขึ้นแต่จะได้ภาพที่เบลอและได้ภาพที่มีรายละเอียดน้อยลงดังรูปที่ 0.8 และสังเกตเห็นว่ามีผลของจุดภาพที่เป็นสีดำ

6. ปัญหาที่เกิดขึ้น

ปัญหาที่เกิดขึ้นจากการทำ Superresolution ในบทที่ผิดพลาด! ไม่พบแหล่งการอ้างอิงก็คือการมีจุดภาพสีดำปรากฏขึ้นในภาพความละเอียดสูงที่ได้พยายามทำกระบวนการย้อนกลับมา สาเหตุที่เกิดเหตุการณ์เช่นนี้เพราะการที่ขาดข้อมูลจุดภาพจุดดังกล่าวในภาพความละเอียดต่ำ



รูปที่ 0.1 การขาดข้อมูลจุดภาพบางจุดในภาพความละเอียดต่ำส่งผลให้ภาพความละเอียดสูงนั้นเกิดเป็นจุดภาพสีดำหรืออาการขาดข้อมูล

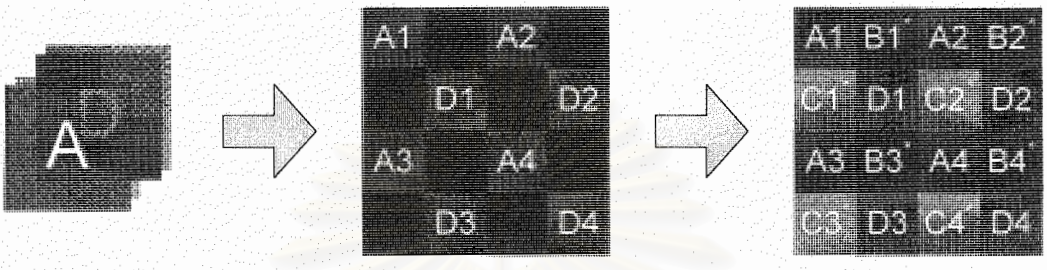
รูปที่ 0.1 ยกตัวอย่างง่าย ๆ ในกรณีที่เกิดการขาดข้อมูลของจุดภาพบางจุดในภาพความละเอียดต่ำ ซึ่งส่งผลถึงประสิทธิภาพในการทำกระบวนการ Superresolution จุดนี้เป็นปัญหาใหญ่ที่เกิดขึ้นในกระบวนการ ซึ่งกรณีส่วนใหญ่ในปัญหา Superresolution นั้นจะต้องพบจุดภาพบางจุดในภาพความละเอียดต่ำที่ไม่มีข้อมูล ซึ่งจะทำให้เกิด Underdetermined System โดยที่แม้จุดนั้นอาจจะมีค่าเป็น 0 แต่ก็ยังให้ผลตอบของระบบที่ไม่ขัดกับสมการที่(1.7) เพราะปัญหาของการแก้ Underdetermined System นั้นมีหลายคำตอบ คำตอบที่ได้จากการเติมพจน์เรกูลาไรเซชันอาจจะไม่ใช้คำตอบที่ดีที่สุดก็ได้

อีกปัญหาหนึ่งก็คือเมทริกซ์ตัวดำเนินการเบลอ B_k นั้นจะมี B_k^T เป็นเมทิกซ์สลับเปลี่ยนซึ่งสร้างเป็นตัวดำเนินการได้ยากเนื่องจาก B_k นั้นมีลักษณะ Spatial Varying จึงทำให้การคำนวณเป็นไปอย่างยากลำบาก

รวมถึงปัญหาของเรกูลาไรซ์พารามิเตอร์ซึ่งมีความสำคัญต่อการลู่เข้าของระบบและกำหนดคุณภาพของภาพความละเอียดสูงที่ได้ด้วย ปัญหาของพารามิเตอร์คือ ในการทดลองที่ทำมานั้นยังไม่สามารถกำหนดได้อย่างอัตโนมัติว่าค่าพารามิเตอร์จะเป็นเท่าไร เมื่อกำหนดค่าพารามิเตอร์ใหม่ครั้งหนึ่งก็ต้องทำการวนรอบทั้งหมดเพื่อหาพจน์ $(H^T H + \lambda I)^{-1}$ ใหม่ครั้งหนึ่ง ทำให้การทำให้ได้ภาพความละเอียดสูงที่มีคุณภาพดีที่สุดนั้นเป็นไปได้ยาก

7. แนวทางในการดำเนินทางแก้ไข

แนวทางในการดำเนินการแก้ไขปัญหาจุดภาพสีดำที่เกิดในภาพความละเอียดสูงที่ทำกลับมาได้นั้น สามารถทำได้หลายวิธี วิธีการหนึ่งที่อาจทำได้ก็คือการใช้การประมาณค่าในช่วง(Interpolation) มาช่วยในการเพิ่มข้อมูลจุดภาพที่ยังไม่มีข้อมูลจากภาพความละเอียดต่ำ



รูปที่ 0.1 การใช้การประมาณค่าในช่วงเพื่อที่จะสังเคราะห์ข้อมูลที่เกิดการขาดข้อมูลจุดภาพบางจุดในภาพความละเอียดต่ำเพื่อลงผลที่ทำให้ภาพความละเอียดสูงนั้นเกิดเป็นจุดภาพสีดำหรืออาการขาดข้อมูล

จากรูปที่ 0.1 แสดงแนวคิดอย่างง่ายเพื่อที่จะช่วยในการแก้ปัญหาอาการขาดข้อมูลในภาพความละเอียดสูงโดยการประมาณค่าในช่วงจากภาพความละเอียดต่ำ โดยจุดที่ได้รับการประมาณค่าในช่วงมานั้นเกิดจากข้อมูลจากจุดที่ทราบค่าอยู่แล้วเป็นต้น

ส่วนปัญหาของเรกูลาไรเซชันพารามิเตอร์นั้นอาจจะต้องใช้กระบวนการอัตโนมัติบางอย่างเพื่อที่จะทำให้ได้ค่าออกมาดีที่สุดเช่นกระบวนการ General Cross Validation (GCV) เป็นต้น

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เอกสารอ้างอิง

1. Capel, D.P., *Image Mosaicing and Super-resolution*, in *Department of Engineering Science*. 2001, University of Oxford.
2. Schultz, R.L. and M.T. Hagan, *Online least-squares training for the underdetermined case.* Digital Object Identifier 10.1109/IJCNN.1999.832665, 1999. **3**: p. 1870-1875.
3. Golub, G. and C.V. Loan, *Matrix Computation*. 3 ed. 1996: The Johns Hopkins University Press.
4. Gonzalez, R.C. and R.E. Woods, *Digital Image Processing*. 2002: Prentice-Hall.
5. Andrews, H. and B. Hunt, *Digital Image Restoration*. 1977: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
6. Nguyen, N., *Numerical Algorithms for Image Superresolution*. 2000, Stanford University.
7. Nguyen, N., M. P., and G.H. Golub., *A computationally efficient image superresolution algorithm.* Image Processing, 2001.
8. Tikhonov, A., *Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method.* 1963(Soviet Math.): p. 1035-1038.
9. Saad, Y., *Iterative Methods for Sparse Linear Systems*. 1996: PWS Publishing Company.
10. Farsiu, S., et al. *Robust Shift and Add Approach to Super-Resolution.* in *Proc. of the 2003 SPIE Conf. on Applications of Digital Signal and Image Processing*. 2003.
11. Elad, M. and Y. Hel-Or, *A fast super-resolution reconstruction algorithm for pure translational motion and common space invariant blur.* IEEE Transactions on Image Processing, 2001. **10**(8): p. 1187-1193.
12. Zomet, A. and S. Peleg, *Super-Resolution from Multiple Images Having Arbitrary Mutual Motion.* 2001.
13. Yang, C., R. Duraiswami, and L. Davis. *Superresolution Using Preconditioned Conjugate Gradient Method.* in *IEEE International Conference on Image and Graphics*. 2002.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย